Correção da prova

Unesp 2020

Professor Marçal

Sumário

QUESTÕES

84.

De acordo com levantamento realizado de janeiro a outubro de 2018, o Brasil apareceu em primeiro lugar como o país em que cada habitante mais recebeu chamadas telefônicas spam, que incluem ligações indesejadas de telemarketing, trotes e golpes. A tabela mostra o número médio de chamadas spam recebidas mensalmente por usuário no Brasil e em outros países.

Colocação	País	Nº médio de ligações spam mensal por usuário
1º	Brasil	37,5
2º	Índia	22,3
3º	Chile	21,9
4º	África do Sul	21,0
5º	México	20,9
6º	Peru	19,8
7º	Costa Rica	18,6
8º	Estados Unidos	16,9
9º	Grécia	13,1
10º	Espanha	12,5

(Mariana Alvim. "Quem me liga? Como ligações telefônicas de robôs se tornaram um problema mundial". www.bbc.com, 13.04.2019. Adaptado.)

A diferença entre o número médio de chamadas spam recebidas mensalmente por usuário no Brasil e a média aritmética do número médio de chamadas spam recebidas mensalmente por usuário nos demais países da América Latina apresentados na tabela é igual a

(A) 17,2.

(B) 17,4.

(C) 16,7.

(D) 16,6.

(E) 17,9.

Comentários:

Perceba que precisamos de dois dados para calcular a diferença solicitada:

Número de spams no Brasil

Média dos spams nos países da América Latina

O perigo aqui é listar os países da América latina incorretamente, então, cuidado.

Vamos, então, colher os dados de que precisamos.

Média do Brasil: 37,5

Valores dos países da América Latina:

Chile:	21,9
México:	20,9
Peru:	19,8
Costa Rica:	18,6
Total:	$\mathbf{81,2}$

Média dos países da América Latina:

$$\frac{81{,}2}{4} = 20{,}3$$

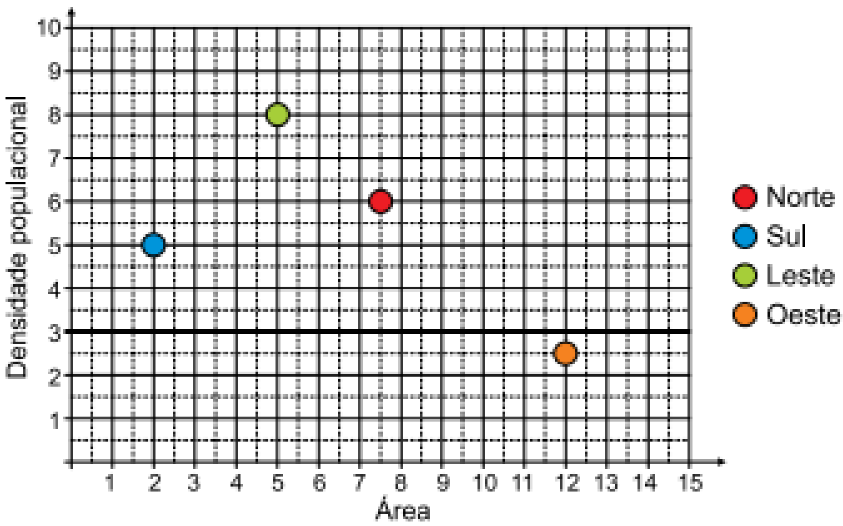
Diferença:

$$37{,}5 - 20{,}3 = 17{,}2$$

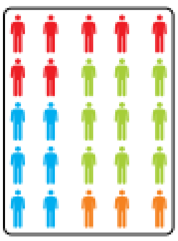
Gabarito: (A)

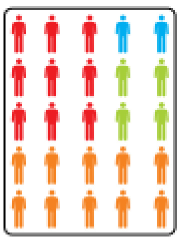
86.

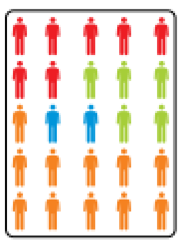
Uma cidade tem sua área territorial dividida em quatro regiões. O esquema apresenta, de modo simplificado, a área territorial e a densidade populacional dessas quatro regiões:

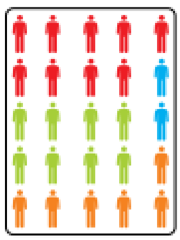


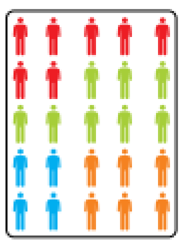
A participação das populações dessas regiões na população total da cidade é:

(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


Comentários:

Como o enunciado não explicitou as unidades, vamos nomeá-las genericamente. Chamemos a unidade da área de ua e a densidade populacional de $\frac{H}{ua}$, onde H representa a quantidade de habitantes. Dessa forma, um produto das coordenadas de cada ponto nos dará a quantidade de habitantes H, veja:

Norte:

$$7{,}5\ ua \cdot 6\ \frac{H}{ua} = 45\ H$$

Sul:

$$2\ ua \cdot 5\ \frac{H}{ua} = 10\ H$$

Leste:

$$5\ ua \cdot 8\ \frac{H}{ua} = 40\ H$$

Oeste:

$$12\ ua \cdot 2{,}5\ \frac{H}{ua} = 30\ H$$

Com esses dados, podemos calcular o total de habitantes na soma das regiões:

$$45\ H + 10\ H + 40\ H + 30H$$

$$125\ H$$

Dessa forma, podemos calcular qual a razão entre o número de habitantes em uma dada região e o total.

Norte

$$\frac{45}{125} = \frac{9}{25}$$

Sul

$$\frac{10}{125} = \frac{2}{25}$$

Leste

$$\frac{40}{125} = \frac{8}{25}$$

Oeste

$$\frac{30}{125} = \frac{6}{25}$$

Essas frações são muito propícias, visto que temos que compará-las à quantidade presente de cada região em um esquema apresentado nas alternativas que contém, coincidentemente, a população representada por uma divisão de 25 partes, uma para cada pessoa do diagrama.

Assim, a única representação que apresenta 9 partes para a região norte, 2 partes para a região sul, 8 partes para a região leste e 6 para a região oeste está na alternativa d).

Gabarito: (D)

87.

O quilate do ouro é a razão entre a massa de ouro presente e a massa total da peça, multiplicada por 24. Por exemplo, uma amostra com 18 partes em massa de ouro e 6 partes em massa de outro metal (ou liga metálica) é um ouro de 18 quilates. Assim, um objeto de ouro de 18 quilates tem de ouro e de outro metal em massa.

O ouro é utilizado na confecção de muitos objetos, inclusive em premiações esportivas. A taça da copa do mundo de futebol masculino é um exemplo desses objetos.

A FIFA declara que a taça da copa do mundo de futebol masculino é maciça (sem nenhuma parte oca) e sua massa é de pouco mais de 6 kg. Acontece que, se a taça fosse mesmo de ouro e maciça, ela pesaria mais do que o informado. (“O peso da taça”. https://ipemsp.wordpress.com. Adaptado.)

Considere que a taça seja feita apenas com ouro 18 quilates, cuja composição é de ouro com densidade 19,3 g/cm³ e uma liga metálica com densidade 6,1 g/cm³ , e que o volume da taça é similar ao de um cilindro reto com 5 cm de raio e 36 cm de altura.

Utilizando π = 3, se a taça fosse maciça, sua massa teria um valor entre

(A) 30 kg e 35 kg.

(B) 15 kg e 20 kg.

(C) 40 kg e 45 kg.

(D) 10 kg e 15 kg.

(E) 20 kg e 25 kg.

Comentários:

Como temos que comparar o volume com o volume de um cilindro, vamos, de início, já calculá-lo.

Volume do cilindro

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = 3 \cdot 5^2 \cdot 36$$

$$V = 2700\ cm^3$$

Agora, precisamos montar um sistema de equações em que $\frac{3}{4}$ da massa seja ocupada pelo ouro e $\frac{1}{4}$ da massa, pela liga metálica.

Como não sabemos qual o volume ocupado pela liga metálica, vamos nomeá-lo v.

Dessa forma, temos:

$$\begin{cases} \frac{3}{4}m = (2700 - v) \cdot 19{,}3 \\ \frac{1}{4}m = v \cdot 6{,}1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3m = (2700 - v) \cdot 77{,}2 \\ m = v \cdot 24{,}4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3m = 208440 - 77{,}2 \cdot v \\ m - v \cdot 24{,}4 = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 3m + 77{,}2 \cdot v = 208440 \\ m - v \cdot 24{,}4 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m = 33.816{,}06\ g \\ v = 1385{,}9\ cm^3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m = 33{,}81606\ kg \\ v = 1385{,}9\ cm^3 \end{cases}$$

Dessa forma, o valor da massa da taça seria de, aproximadamente, $m = 33{,}81606\ kg$, portanto, gabarito a).

No entanto, a banca publicou de início outro gabarito.

A título de especulação, pode ter havido um erro no enunciado: considerar a razão entre os volumes sendo o mesmo que a razão entre as massas.

Apesar de incorreto, é um erro comum e levaria ao seguinte desfecho:

$$\frac{3}{4} \cdot 2700 \cdot 19{,}3 + \frac{1}{4} \cdot 2700 \cdot 6{,}1$$

$$39.082{,}5 + 4.117{,}5$$

$$43.200\ g$$

$$43{,}2\ kg$$

Resultando no gabarito c), considerado correto preliminarmente pela banca.

Consideramos como gabarito correto a alternativa a), portanto, deixando a questão passível de recurso para mudança de gabarito.

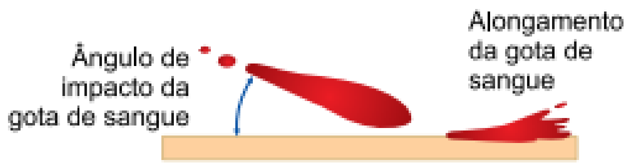
Gabarito banca: c)

Gabarito Estratégia: a)

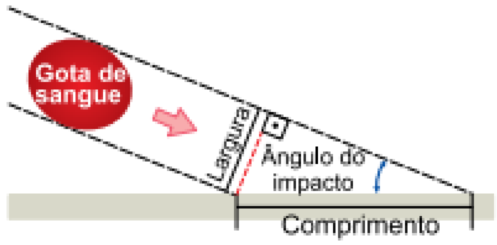
88.

Uma das finalidades da Ciência Forense é auxiliar nas investigações relativas à justiça civil ou criminal. Observe uma ideia que pode ser empregada na análise de uma cena de crime. Uma gota de sangue que cai perfeitamente na vertical, formando um ângulo de 90º com a horizontal, deixa uma mancha redonda. À medida que o ângulo de impacto com a horizontal diminui, a mancha fica cada vez mais longa. As ilustrações mostram o alongamento da gota de sangue e a relação trigonométrica envolvendo o ângulo de impacto e suas dimensões.

Alongamento da gota de sangue

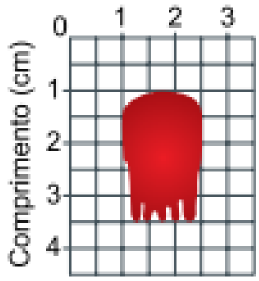


Relação trigonométrica



(Ana Paula Sebastiany *et al.* "A utilização da Ciência Forense e da Investigação Criminal como estratégia didática na compreensão de conceitos científicos". *Didáctica de la Química*, 2013. Adaptado.)

Considere a coleta de uma amostra de gota de sangue e a tabela trigonométrica apresentadas a seguir.



α	sen α	cos α	tg α
31°	0,51	0,85	0,60
37°	0,60	0,80	0,75
53°	0,80	0,60	1,32
59°	0,85	0,51	1,66
74°	0,96	0,28	3,50

De acordo com as informações, o ângulo de impacto da gota de sangue coletada na amostra foi de

(A) 37°

(B) 74°

(C) 59°

(D) 53°

(E) 31°

Comentários:

Na linguagem do enunciado, vamos colher os valores da largura e do comprimento da gota, diretamente do diagrama fornecido.

Largura

$$2{,}5 - 1 = 1{,}5$$

Comprimento

$$3{,}5 - 1 = 2{,}5$$

De posse desses dados, podemos partir para a relação trigonométrica. Pela

$$sen(\alpha) = \frac{co}{hip}$$

$$sen(\alpha) = \frac{largura}{comprimento}$$

$$sen(\alpha) = \frac{1{,}5}{2{,}5}$$

$$sen(\alpha) = \frac{6}{10}$$

$$sen(\alpha) = 0{,}6$$

$$\alpha = 37°$$

Gabarito: a)

89.

Em seu artigo "Sal, saúde e doença", o médico cancerologista Dráuzio Varella aponta que o Ministério da Saúde recomenda que a ingestão diária de sal não ultrapasse 5 g, quantidade muito abaixo dos 12 g, que é a média que o brasileiro ingere todos os dias. Essa recomendação do Ministério da Saúde é a meta que a Organização Mundial da Saúde estabeleceu para até 2025. Além disso, o ministério estima que, para cada grama de sal reduzido na ingestão diária, o SUS economizaria R$ 3,2 milhões por ano. (Dados extraídos de: "Sal, saúde e doença". https://drauziovarella.uol.com.br, 24.05.2019. Adaptado.)

Considere que a ingestão média diária de sal no Brasil reduza-se de 12 g, em 2019, para 5 g, em 2025, de forma linear, ano a ano. Nesse cenário, o SUS economizaria, até o final do ano de 2025, um valor entre

(A) R$ 65 milhões e R$ 70 milhões.

(B) R$ 75 milhões e R$ 80 milhões.

(C) R$ 15 milhões e R$ 20 milhões.

(D) R$ 20 milhões e R$ 25 milhões.

(E) R$ 55 milhões e R$ 60 milhões.

Comentários:

Em 6 anos, haverá economia de $12 - 5 = 7$ gramas

$$\frac{7\ gramas}{6\ anos} = \frac{7}{6}\ ^{g}/_{a}$$

Fazendo uma sequência do consumo em gramas por ano, temos:

Número de livros lidos	Número de pessoas leitoras
2019	12
2020	$12 - \frac{7}{6}$
2021	$12 - \frac{7}{6} \cdot 1$
2022	$12 - \frac{7}{6} \cdot 2$
2023	$12 - \frac{7}{6} \cdot 3$
2024	$12 - \frac{7}{6} \cdot 4$
2025	$12 - \frac{7}{6} \cdot 5$

A economia total feita pode ser considerada como a soma das economias feitas a cada ano, ou seja:

$$Economia = \frac{7}{6} + \frac{7}{6} \cdot 2 + \frac{7}{6} \cdot 3 + \frac{7}{6} \cdot 4 + \frac{7}{6} \cdot 5 + \frac{7}{6} \cdot 6$$

Obviamente, você pode fazer a soma na mão. No entanto, para facilitar, podemos pensar como sendo a soma dos seis elementos de uma PA de razão $\frac{7}{6}$.

$$S_6 = \frac{(a_1 + a_6) \cdot 6}{2} = \left(\frac{7}{6} + 7\right) \cdot 3 = 24{,}5$$

Agora, para calcularmos a economia em milhões de reais, podemos fazer o produto da economia em gramas pelo fator de economia por grama economizada.

$$Valor\ economizado = 24{,}5 \cdot 3{,}2 = 78{,}4\ Milhões$$

Gabarito: (B)

90.

Considere os polinômios $p(x) = \begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ 2 & x & -1 \\ m & x & x \end{vmatrix}$ e $q(x) = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & x \end{vmatrix}$. Para que $p(x)$ seja divisível por $q(x)$, é necessário que m seja igual a

(A) 30.

(B) 12.

(C) –12.

(D) –3.

(E) –30.

Comentários:

Para que o polinômio $p(x) = \begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ 2 & x & -1 \\ m & x & x \end{vmatrix}$ seja divisível por $q(x) = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & x \end{vmatrix}$, precisamos calcular a raiz de $q(x)$.

$$q(x) = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

A condição necessária para que $p(x)$ seja divisível por $q(x)$, pelo teorema do resto, é que $p(3) = 0$.

$$p(3) = 0$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ m & 3 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$3^3 - m - 6 + 9 = 0$$

$$27 - 6 + 9 = m$$

$$30 = m$$

Gabarito: (A)

GABARITO

83. A
86. D
87. A
88. A
89. B
90. A